Gotitas de conocimiento II

Drops of knowledge II

Contralmirante Cristóbal Miletich Souza Peixoto. Egresó de la Escuela Naval del Perú en 1960. Master en *Science in Operations Research*, N.P.G.S. (Monterrey – California EE. UU.). Master en *Strategy, Management and Naval Operations*, N.W.C. (Newport – Rhode Island, EE. UU.). Llevó el Curso de Ingeniería Nuclear en la Universidad de Buenos Aires y *United Kingdom Atomic Energy Authority.* Profesor del MBA de CENTRUM Católica, de la Universidad San Ignacio de Loyola y de la Escuela Superior de Administración de Negocios (ESAN). Secretario Técnico – Coordinador del Comité Especial de Aeropuertos – COPRI. Vice-Presidente del Directorio de la Empresa Nacional de Puertos (ENAPU S.A.) Gerente de Desarrollo de la Empresa de Transmisión Eléctrica Centro Norte (ETECEN). Presidente Ejecutivo del Instituto Peruano de Energía Nuclear – IPEN. Presidente del Directorio de la Empresa Naviera San Nicolás. Presidente del Instituto de Estudios Histórico-Marítimos del Perú.

Resumen: Siguiendo con la producción de artículos de interés que estoy presentando periódicamente, en esta edición pongo a disposición la "Historia de los números". Todos usamos los números a diario, algunos más que otros, dependiendo de la actividad que realicemos. No podríamos vivir sin ellos, pero ¿siempre fue así?, ¿cómo hacían nuestros antepasados para hacer una transacción, un inventario, un censo, o cualquier otra operación en la que se requerían números? Con esta lectura, podremos dar respuesta a muchas preguntas, como ¿cuántos tipos de números existen?, ¿por qué es mejor la numeración posicional que la no posicional?, ¿qué es el sistema sexagesimal, el decimal y el binario?, ¿cuál ha sido la evolución que han tenido los números a lo largo de la historia?, ¿siempre existió el cero?, ¿cómo nacieron los números decimales?, etc.

Palabras clave: Sistema de numeración, historia de los números, matemáticas.

Abstract: *Continuing my series of informative articles, I present the "History of Numbers" in this edition. How did our ancestors handle transactions, inventories, and censuses that required numerical information? Numbers are integral to our daily lives, and their usage varies depending on the activities we engage in. While it is impossible to imagine our lives without them, it begs the question: was it always this way? Through this reading, we can answer many questions, such as how many types of numbers exist, why positional notation is superior to non-positional, what are the sexagesimal, decimal, and binary systems, what has been the evolution of numbers throughout history, did zero always exist, and how did decimal numbers originate.*

Keywords: *Number systems, history of numbers, mathematics.*

Historia de los números

Los números, ¿fueron inventados por los seres humanos, o ya estaban allí para que el hombre los descubriera? Esta es una pregunta que todavía no tiene respuesta. Al final de esta lectura, podrá tener un mejor entendimiento sobre el tema, más no le puedo garantizar que su respuesta sea la correcta, posiblemente termine con más dudas que al comienzo; de todas maneras, lo invito a sumergirse en este maravilloso y, por muchos, desconocido mundo de los números.

Los números fueron utilizados mucho antes que las letras. Es posible que los primeros habitantes de nuestro planeta usaran los dedos de la mano para contar cantidades pequeñas, que, de acuerdo con la nomenclatura que usamos ahora, solamente podría ser del 1 al 10 o del uno al 20, si es que emplearan también los dedos de los pies, pero nada más. A lo largo de la historia, el ser humano siempre ha tenido la necesidad de cuantificar las cosas, por ejemplo, para contar los animales de su rebaño, valorizar algo para hacer un trueque, saber los días que pasan entre dos lunas llenas, y muchísimos etcéteras.

Figura 1.
Hueso de Ishango



El famoso escritor ruso-americano Isaac Azimov escribió en uno de sus libros en la segunda mitad del siglo pasado: "Es muy difícil imaginar que haya alguna comunidad, tribu o grupo humano que, por más atrasado que se encuentre, no tenga el concepto del número". Sin embargo, hace poco se ha descubierto que la tribu "Munburukú" del Amazonas brasileño no posee palabras concretas para indicar números más allá del 2, y que en la tribu de los "Piraha", también del Brasil, no se usan palabras numéricas de ningún tipo (Everet, 2018). Los primeros registros numéricos datan de hace 20 000 años aproximadamente. Se cree que unas rayitas talladas sobre un hueso encontrado en África, llamado el "hueso de Ishango", servían para contar. Esta es la evidencia más antigua de numeración escrita. Figura 1.

Como se ve en los gráficos anteriores, solo hay rayas (ranuras) que se supone indican cantidades. Se desconoce cómo lo usaban o para qué servían. Se cree que era un sistema de conteo, pero es todo lo que tenemos, y sobre lo cual hay muchas especulaciones.

Sobre aquel punto de partida, reflexionemos sobre quién fue el primer ser humano que comenzó a usar símbolos para representar los números, aquel pueblo que después dio origen a las complejas operaciones matemáticas, nadie lo sabe; sin embargo, lo que sí podemos hacer es adentrarnos en aquellos lugares donde aparecieron los primeros símbolos numéricos.

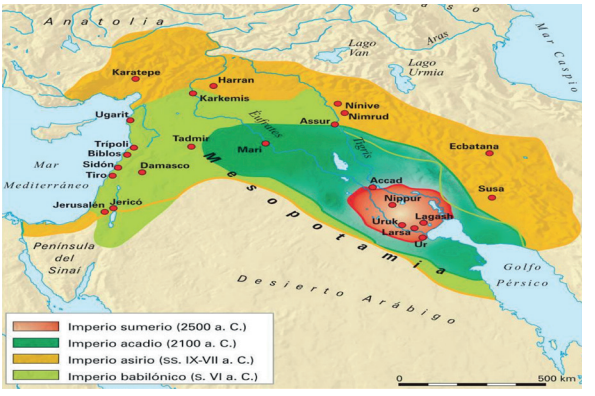
Como la historia real del origen de los números todavía está en construcción, haré un breve resumen de lo que señalan los historiadores sobre lo encontrado hasta la fecha en las diferentes civilizaciones de la antigüedad.

Números sumerios

Sumeria (parte de lo que hoy es Irak y Kuwait), es una de las cunas de la civilización. Allí se encontraron los primeros vestigios de símbolos para representar números. Posteriormente, las civilizaciones de los acadios, asirios y babilónicos heredaron el mismo sistema de numeración. Figura 2.

Estos datan de hace 10 000 años, y solamente incluían los números del 1 al 10; el 0 todavía no había sido inventado, lo que sucedió aproximadamente 5000 años después, solo para indicar la ausencia de algo. El uso actual del 0 se lo debemos a los indios, y ocurrió en el siglo VII de nuestra era, como veremos posteriormente.

Figura 2.
Primeras civilizaciones de la antigua Mesopotamia



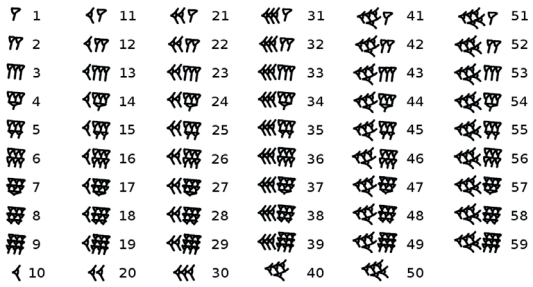
Los sumerios utilizaron la escritura cuneiforme en tablillas de barro. Su sistema era muy simple, cada vez que se agregaba una cantidad le hacían una hendidura más; cuando llegaban al 10, la hendidura cambiaba de

forma, y, a partir del 11, hacían una hendidura después del símbolo que representaba el 10 y así, sucesivamente, hasta llegar al 59.

Este es un sistema de numeración que se llama sexagesimal porque es de base 60. Tiene 59 caracteres para los números del 1 al 59, y, para los números 60 y mayores, se combinaban caracteres, de manera que el caracter a la izquierda tiene un valor 60 veces el de la derecha, en una forma similar a nuestro sistema decimal, pero con base 60 en lugar de 10. Como ejemplo, diremos que, en la base sexagesimal, 23 significa 2 veces 60 más 3, es decir, 123. Figura 3.

Este sistema numérico sexagesimal es del tipo "posicional" (más adelante definiremos este término). A pesar de su antigüedad, se sigue usando para medir el tiempo (una hora tiene 60 minutos y un minuto 60 segundos), también, se usa en la medición de los ángulos.

Figura 3.
Símbolos usados en el sistema numérico sexagesimal

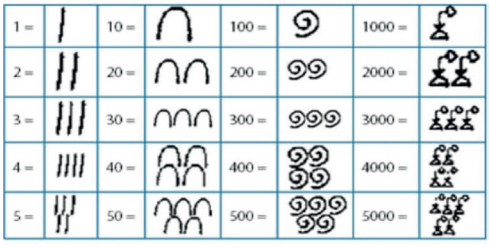


Numeración egipcia

La civilización egipcia tuvo un sistema numérico propio, que era aditivo. Tenía símbolos especiales para los números del 1 al 9, y utilizaban multiplicaciones y sumas de estos símbolos para obtener números mayores. Su sistema numérico no era posicional y no tenían un símbolo para el número cero. Figura 4.

A pesar de que el sistema numérico egipcio no era tan avanzado como el sistema posicional originado en Sumeria o la India, los egipcios lograron acrecentar sus conocimientos matemáticos usando estos números para construir grandes monumentos y desarrollar profundos estudios de los astros.

Figura 4.
Números egipcios



Aproximadamente, en el 3000 antes de Cristo, los egipcios ya contaban con el primer sistema desarrollado de numeración con base 10.

Numeración maya

En la civilización maya, la base era el número 20 (suma de los dedos de los pies y manos). Fue el primer pueblo en emplear el 0, que más que un número era un concepto no operativo, indicaba vacío o ausencia. Los números mayas se leían de abajo hacia arriba y se escribían en columnas.

Numeración china

Los primeros registros escritos sobre el sistema numérico chino datan del siglo II a C. Sin embargo, es muy probable que hayan sido utilizados desde muchos siglos antes.

Este sistema numérico es de base 10, similar al utilizado en la mayoría de las culturas. Uno de sus logros más destacados fue la invención del sistema decimal posicional, similar al utilizado en la India. Los caracteres numéricos chinos fueron utilizados también por las culturas influenciadas por China, como Japón y Corea.

Como se aprecia en la figura 5, los números chinos se representan mediante una combinación de diez caracteres diferentes, que son los siguientes:

Figura 5.
Números chinos

- 0: 零 (líng)
- 1: 一 (yi)
- 2: 二 (èr)
- 3: 三 (san)
- 4: 四 (si)
- 5: 五 (wŭ)
- 6: 六 (liù)
- 7: 七 (qi)
- 8: 八 (ba)
- 9: 九 (jiŭ)

Estos caracteres se combinan para formar números más grandes. Por ejemplo, el número 23 se escribe como "二十三" (èr shí sān), que literalmente significa "dos diez tres". El número 45 se escribe como "四十五" (sì shí wŭ), que significa "cuatro diez cinco".

Numeración griega

Hacia el año 500 a. C., los griegos utilizaban como números las letras de su alfabeto. Este sistema carente de ceros se empleó durante varios siglos en todo el Imperio helénico, era denominado acro fónico o ático. Escribir números grandes y hacer operaciones matemáticas era bastante complicado. Figura 5.

Figura 6.
Sistema de numeración griego

α	alpha	1	ι	iota	10	ρ	rho	100
β	beta	2	κ	kappa	20	ς	sigma	200
γ	gamma	3	λ	lambda	30	τ	tau	300
δ	delta	4	μ	mu	40	υ	upsilon	400
ε	epsilon	5	ν	nu	50	φ	phi	500
ϛ	stigma	6	ξ	xi	60	χ	chi	600
ζ	zeta	7	ο	omicron	70	ψ	psi	700
η	eta	8	π	pi	80	ω	omega	800
ϑ	theta	9	ϙ	koppa	90	ϡ	sampi	900

En esa época, las cuentas se hacían con el ábaco, que era un artefacto manual consistente en varias hileras de pequeñas piedras móviles ensartadas, de donde derivó el término "cálculo" del latín *calculus* = piedrecita.

Numeración romana

El sistema de numeración romana no es posicional, utiliza letras de su alfabeto para definir ciertos números. Es un sistema que emplea siete letras mayúsculas: I, V, X, L, C, D y M, para representar 1, 5, 10, 50, 100, 500 y 1000, respectivamente. Según se combinaban, representaban un número diferente. Estas letras tenían que estar en un orden específico para poder ser interpretadas y era muy difícil realizar operaciones matemáticas con ellas.

Para el año 27 antes de Cristo, el sistema de numeración romano ya se había extendido por todo el imperio. Este sistema, que proviene del etrusco, todavía se sigue usando para algunas aplicaciones específicas, como fechas, numeración de capítulos de un libro, etcétera. Figura 7.

Figura 7.
Imperio romano



Los romanos establecieron, asimismo, una novedad importante: la colocación de un símbolo delante o detrás de otro de mayor valor, restaba

o se sumaba a este: XL era 50 – 10 = 40, y LX era 50 + 10 = 60. Este proceso de dar un valor numérico a las letras dificultaba la realización de operaciones aritméticas, por lo que multiplicar grandes cantidades resultaba casi imposible. Figura 8.

Este sistema fue utilizado en Occidente por más de 1200 años, y comenzó a ser sustituido por la numeración "arábiga" actual recién a partir del siglo XIII de nuestra era.

Figura 8.
Sistema de numeración romano

1	I	**14**	XIV	**27**	XXVII	**150**	CL
2	II	**15**	XV	**28**	XXVIII	**200**	CC
3	III	**16**	XVI	**29**	XXIX	**300**	CCC
4	IV	**17**	XVII	**30**	XXX	**400**	CD
5	V	**18**	XVIII	**31**	XXXI	**500**	D
6	VI	**19**	XIX	**40**	XL	**600**	DC
7	VII	**20**	XX	**50**	L	**700**	DCC
8	VIII	**21**	XXI	**60**	LX	**800**	DCCC
9	IX	**22**	XXII	**70**	LXX	**900**	CM
10	X	**23**	XXIII	**80**	LXXX	**1000**	M
11	XI	**24**	XXIV	**90**	XC	**1600**	MDC
12	XII	**25**	XXV	**100**	C	**1700**	MDCC
13	XIII	**26**	XXVI	**101**	CI	**1900**	MCM

Numeración india y concepto del cero

La India desempeñó un papel fundamental en el desarrollo y la evolución de los números. Uno de sus mayores aportes fue la invención del sistema de numeración posicional, que es la base de nuestro sistema decimal moderno, en el que cualquier número depende tanto de su valor como unidad como de su posición. Este sistema de numeración, que como hemos dicho, fue desarrollado originalmente en la India, se basa en diez símbolos numéricos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

En este país, también se inventó y definió el uso del cero, que ha sido, creo yo, uno de los más grandes logros que ha realizado el ser humano en toda su historia. En las matemáticas modernas, el concepto de cero es indispensable, su uso simplifica los cálculos y minimiza los errores. Como consecuencia de la existencia del cero, nacieron los números negativos.

El número cero no solo indica ausencia, sino que multiplica por 10 la cifra que tiene a la izquierda. El primer uso del número cero, tal como lo conocemos actualmente, sucedió aproximadamente el año 650 de nuestra era. Es difícil determinar quién fue el inventor, pero ya se tiene la certeza que provino de la India. No es casualidad que el cero sea un círculo, esto tiene su origen en un antiguo símbolo hindú, que simbolizaba el vacío y la negación del ser.

El matemático indio Brahmagupta fue el primero en utilizar el número cero en sus libros en los que además introdujo reglas para realizar operaciones con números positivos y negativos. En la India también se inventó la trigonometría y los términos seno y coseno.

Este sistema de numeración se difundió, poco a poco, a través del comercio entre las naciones de la época. Recibieron inicialmente el nombre de números "indio-arábigos" y después, simplemente "arábigos", porque llegaron a Europa a través de los árabes que se encontraban ocupando España en esa época.

Numeración persa

En los primeros siglos de la civilización persa, se utilizaron sistemas de numeración basados en caracteres cuneiformes; sin embargo, el sistema de numeración indo-arábigo se introdujo en Persia a través de las interacciones comerciales y culturales entre los persas y los árabes; finalmente, predominó el sistema numérico indo-arábigo.

Figura 9.
Imperio persa



Como se aprecia en la figura 9, en su máximo esplendor, el Imperio persa abarcaba los actuales territorios de Iran, Irak, parte de Egipto, parte de Grecia, Afganistán, Pakistán, Armenia, Jordania, Turkmenistán, Omán, Turquía, Siria, Líbano, Yemen y parte de India.

En el 825 d. C. el matemático persa Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (castellanizado como Al Jwarismi), utilizando los símbolos indios, escribió un libro llamado *Kitāb al-Jabr wa l-Muqābala* en el que presentaba un sistema para resolver ecuaciones lineales y cuadráticas. En este libro, Al-Jwarizmi introdujo el sistema de numeración indo-arábigo en el mundo islámico con un éxito tremendo (de su apellido se derivan las palabras algebra, guarismo y algoritmo).

Difusión en Occidente del sistema de numeración indo-arábigo

El libro del persa Al-Jwarizmi fue traducido al latín por Adelardo de Bath en la ciudad española de Córdoba, lo que inició la difusión de este sistema de numeración por toda Europa, tarea que no fue nada fácil, ya que los europeos habían estado acostumbrados, por más de diez siglos, al sistema romano. Hay que tener en cuenta, además, que los números romanos son más fáciles de trazar, ya que sus símbolos están formados por líneas rectas mientras, que los arábigos tienen símbolos curvos difíciles de escribir para una población no acostumbrada a hacerlo y que, en su mayoría, era analfabeta.

Una de las personas que más contribuyó a difundir el uso de estos números en el mundo occidental fue el monje francés Gerbert de Auvergnat, que había vivido en Córdoba en el 976 y que, en el 999, fue proclamado Papa con el nombre de Urbano II, pero, a pesar de su esfuerzo, todavía habría que esperar varios cientos de años para que su uso se universalice.

Un par de siglos después, el italiano Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, en su obra *Liber abaci* (1202) presentó una forma simple de resolver problemas algebraicos usando números indios (arábigos). En esta obra, el autor afirma que, con las nueve cifras indias y el signo cero se puede construir cualquier número y también realizar cálculos de una manera más rápida y eficiente.

En el 1300, todavía estaba prohibida la numeración arábiga en todo el continente. Aparte del rechazo natural de las personas al cambio, los comerciantes europeos decían que los números arábigos se podían falsificar con mayor facilidad que los romanos.

El nuevo sistema de numeración fue ganando adeptos poco a poco, porque no existía una forma de difusión masiva, lo que no ocurrió hasta la segunda mitad del siglo XV con el advenimiento de la imprenta. A partir de ese momento, los libros de Fibonacci fueron impresos y traducidos a varios idiomas, con lo que se hicieron muy populares y contribuyeron grandemente a que el sistema numeral indo-árabe se extendiera por Europa y, luego, por todo el mundo. No obstante, hubo que esperar hasta el siglo XVIII para que Occidente adopte definitivamente la nueva numeración, y no fue hasta el siglo XIX que fueron acogidos por completo y sin reservas.

Ventajas y aplicaciones de la numeración decimal

La ventaja de esta numeración, además del hecho de que permite describir fácilmente un número, cualquiera sea su magnitud, es que elimina toda complejidad en el cálculo utilizando reglas muy simples. Hacer operaciones con fracciones había sido un verdadero rompecabezas para los matemáticos de la Antigüedad y de la Edad Media; hoy, con los nuevos números arábigos se pueden realizar fácilmente utilizando la numeración decimal. La adopción de este sistema era, por lo tanto, capital para el desarrollo de las técnicas matemáticas modernas, y su importancia se compara con la introducción del alfabeto en la escritura.

Desde el siglo XVII hasta nuestros días, un sinfín de fenómenos naturales se han explicado gracias a las matemáticas; son imprescindibles en la física, la astronomía, la biología, la química, la economía, la medicina y, prácticamente, en todas las ciencias, incluyendo las que tienen que ver con el desarrollo psicosocial del hombre.

Esto no es solo válido para comprender y explicar el mundo que nos rodea, sino también para hacerlo más confortable y amigable. Las matemáticas están presentes en las manifestaciones más insospechadas de nuestra vida cotidiana, las plantas crecen siguiendo pautas matemáticas, los animales se desarrollan, e incluso se mueven siguiendo leyes matemáticas, y, como ya se dijo, hasta las diferentes formas de comportamiento humano están siendo estudiadas usando las matemáticas.

Clasificación de los números

Regresando a los números, al ser humano le gusta clasificar y estratificar todo. En esta parte del artículo, en lugar de comenzar a buscar en los miles de libros que existen sobre este tema, he recurrido a la aplicación ChatGPT, que usa inteligencia artificial para conceptualizar esta clasificación. Los números se clasifican en diferentes tipos según sus propiedades y características:

- **Números naturales:** Los números naturales son aquellos que se utilizan para contar objetos y tienen un valor positivo. Comienzan desde el 1 y se extienden hasta el infinito (1, 2, 3, 4, 5, ...).
- **Números enteros**: Los números enteros son una extensión de los números naturales e incluyen tanto los números positivos como los negativos, junto con el 0. Los enteros no tienen parte decimal ni

fraccionaria (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...).

- **Números racionales**: Los números racionales son aquellos que se pueden expresar como una fracción, donde el numerador y el denominador son números enteros. Incluyen a todos los enteros y a las fracciones (positivas o negativas) (1/2, -3/4, 5, -2/3, 0, ...).
- **Números irracionales**: Los números irracionales son aquellos que no pueden ser expresados como una fracción exacta o una razón de dos números enteros. Estos números tienen una expansión decimal infinita y no periódica, como la raíz cuadrada de 2 (1.41421356...), pi ($\pi \approx 3.14159...$), o el número e ($e \approx 2.71828...$).
- **Números reales**: Los números reales incluyen tanto a los números racionales como a los números irracionales. Representan la totalidad de los números en la recta numérica, lo que significa que incluyen a los números enteros, racionales e irracionales.
- **Números imaginarios**: Un número imaginario es aquel que se define como la multiplicación de un número real por la unidad imaginaria "i". La unidad imaginaria se representa como "i" y se define como la raíz cuadrada de -1. Es importante destacar que no existe ningún número real que sea igual a la raíz cuadrada de -1. Ejemplos de números imaginarios son 2i, -3i, 5i, etc.
- **Números complejos**: Un número complejo es una combinación de una parte real y una parte imaginaria. Se representa en la forma "a + bi", donde "a" es la parte real y "b" es la parte imaginaria, en la que "i" la unidad imaginaria. Tanto la parte real como la parte imaginaria de un número complejo son números reales. Los números reales se pueden considerar como casos especiales de números complejos, en el que la parte imaginaria es igual a 0. Ejemplos de números complejos son 3 + 2i, -1 - 4i, 5, etcétera.

Numeración binaria

He dejado para el final al sistema de base 2, llamado sistema binario. Los números binarios son aquellos que se representan utilizando solo dos cifras: 0 y 1. Se usan en informática y electrónica, porque son fáciles de implementar con circuitos que solo tienen dos estados: encendido o apagado.

El matemático alemán Gottfried Leibniz, el mismo que inventó el cálculo infinitesimal a comienzos del siglo XVIII, fue el primero en proponer el sistema binario como una forma de realizar cálculos de forma sencilla y eficiente. Sin embargo, no fue hasta el siglo XIX que el matemático inglés George Boole

desarrolló el álgebra booleana, que usa la lógica de los unos y los ceros para resolver problemas. Posteriormente, la numeración binaria ha sido utilizada en sistemas especiales de comunicación, como el Braille, el Morse o el que usaban los teleimpresores (teletipos) con cintas perforadas en los que solo había huecos y no huecos, que, de acuerdo con un código especial, servían para representar diversos caracteres.

En el siglo xx, el ingeniero estadounidense Claude Shannon aplicó el álgebra de Boole a los circuitos eléctricos y electrónicos, dando origen a la informática moderna. Desde entonces, los números binarios se han usado para representar y procesar todo tipo de información digital: texto, imágenes, sonido, etc. Con los números binarios se pueden realizar operaciones aritméticas y lógicas en forma muy simple, y también se pueden convertir fácilmente a otros sistemas de numeración, como el decimal, el octal o el hexadecimal.

Este sistema se puede usar para codificar cualquier tipo de dato (letra, número o símbolo) usando una secuencia de bits (dígitos binarios). Por ejemplo, el código ASCII usa 8 bits para representar cada carácter alfanumérico.

Conclusión

Indudablemente que, para hablar de la historia de los números, necesitaríamos escribir más de un libro, pero como este es un restringido espacio de divulgación, creo que por ahora basta con lo dicho para tener una visión general de este mundo maravilloso de los números.

Referencias

1. ALLEN PAULOS, John. *Más allá de los números: Meditaciones de un matemático*. 1993.
2. ARQUITECTURA DE COMPUTADORES. Historia de los números binarios.
3. AZIMOV, Isaac. *De los números y su historia*. 2000
4. EVERET, Caleb. *Los números nos hicieron como somos*. 2018.
5. LEVY, G. ¿Qué le pasaría a la humanidad si el servicio de internet fuera interrumpido? 2022. Recuperado de: https://andinalink.com/la-dependencia-de-la-humanidad-a-la-conectividad-submarina/#_ftnref2
6. ORTIZ, David. Sistema binario: unos y ceros a través de la historia.2014. Recuperado de: https://blogthinkbig.com/sistema-binario